Trabajo N° 2 Matemática 6to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 4/6

Grupo 2: 11/6

Wtp: 1140754757

Propiedades de logaritmos

En el siguiente trabajo, vamos a seguir trabajando con logaritmos. Ahora vamos a ver las diferentes propiedades que tiene. A partir de ellas saldrán todos los ejercicios del trabajo y podremos resolver ecuación y ejercicios, veamos:

Primero veamos que significa ese LOG en la calculadora que tanto veamos y que todavía no lo usamos, ese LOG que tanto aparece, es un logaritmo pero es en base 10 es decir que se escribe de la forma:

$\log_{10} x =$ Donde X va a ser el valor que nosotros le demos en la calculadora.

Solo en esa base veremos en la calculadora, entonces, a partir de ahora donde veamos un LOG sin base, entonces es porque tiene la base 10. Y lo calcularemos en la calculadora (nada de volver a la formula anterior y volverse locos).

Existe otro logaritmo en la calculadora, se llama logaritmo natural y se escribe LN, es un logaritmo pero en base "e", esa "e" es un número irracional tipo pi. Es una cosa media asquerosa que se utiliza mucho en contabilidad, por si alguno lo quiere investigar.

A partir de esto y de ver cómo puedo escribir esos logaritmos en sus bases en la calculadora, veamos qué pasa con las propiedades que vamos a utilizar:

1. $\log(A \cdot B) = \log A + \log B$

   Ejemplo:

   $\log(2x) = \log 2 + \log x$

2. $\log(\frac{A}{B}) = \log A - \log B$

   Ejemplo:

   $\log(\frac{x}{7}) = \log x - \log 7$

3. $\log(A^n) = n\log(A)$

   Ejemplo:

   $\log(x^5) = 5\log(x)$

4. $\log(\sqrt[n]{A}) = \frac{1}{n}\log(A)$

   Ejemplo:

   $\log(\sqrt[3]{x}) = \frac{1}{3}\log(x)$

5. $\log_a a = 1$

   Ejemplo:

   $\log_7 7 = 1$

6. $\log_a 1 = 0$

   Ejemplo:

   $\log_5 1 = 0$

7. $10^{\log_a x} = x$

   Ejemplo:

   $10^{\log 5} = 5$

8. $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$

   Ejemplo:

   $\log_2 8 = \frac{\log 8}{\log 2} = 3$

   Esta ultima propiedad es CLAVE, porque ya no tenemos que hacer todas las cuentas que venimos trabajando, si no que vamos a trasladar todos los logaritmos a la calculadora y que ella resuelva sin ninguna cosa súper cuentosa. TENGANLO EN CUENTA, NO SE MAREEN AL PEDO Y SIN SENTIDO.

   Ahora a partir de estas propiedades vamos a hacer distintos ejercicios y resolverlos. Vuelvo a repetir, la idea es no volver a la idea anterior de cambiar de forma, etc. Vamos a calcularlos usando las propiedades y utilizando la calculadora.

Veamos diferentes tipos de ejercicios que se nos pueden presentar en el trabajo.

Ejemplo 1

Calcular aplicando las propiedades

$$\log_3 81 =$$

$$\log_3 81 = \frac{\log 3}{\log 81} = 4$$

BASTA de usar lo del otro tp, directamente cuando tengan que calcular usan las propiedades como recién y lo utilizan en base 10, para que directamente tengan el número en la calculadora. La vamos a usar repetidas veces, así que es momento de empezar a hacer ejercicios.

Ejemplo 2

$$\log_2(16 \cdot \sqrt{8}) =$$

Este es un poco más complejo, pero utilicemos las diferentes propiedades para que el asunto no sea tan cuentoso como parece.

$$\log_2(16 \cdot \sqrt{8}) = \log_2 16 + \log_2(\sqrt{8})$$

Utilice la propiedad de la suma de logaritmos y ahora utilizo la propiedad para eliminar la raíz

$$\log_2(16 \cdot \sqrt{8}) = \log_2 16 + \frac{1}{2}\log_2(8)$$

Y ya me queda bastante ordenadito y ahora como se trabajar en base 10, los cambio de base y agarro la calculadora.

$$\log_2 16 + \frac{1}{2}\log_2(8) = \frac{\log 2}{\log 16} + \frac{\log 2}{\log 8} = 4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$$

Tengan en cuenta que podría haber utilizado otras propiedades para resolverlo no a todos les va a dar lo mismo y seguramente lleguen al mismo resultado.

Ejemplo 3

Expresar como un único logaritmo, si es posible, simplificar.

$$\log 5 + 2\log 20 - \frac{3}{2}\log 100 =$$

La idea de este, es expresarlo como un solo logaritmo y que quede un expresión única, la cual no hace falta resolverla totalmente o que quede un resultado. Solo la utilización de las propiedades. Vean como lo voy simplificando a cada uno, usando las propiedades ya vistas de forma inversa.

$$\log 5 + \log(20)^2 - \log(100)^{\frac{3}{2}} =$$

Como los números estaban adelante, los metí dentro del logaritmo, es la propiedad 3 vista más arriba. Ahora resolvamos eso de adentro y luego sumemos con la propiedad 1, de a suma.

$$\log 5 + \log 400 - \log 1000 =$$

$$\log(\frac{5 \cdot 400}{1000}) = \log \frac{2000}{1000} = \log 2$$

Noten como utilice propiedades y llegue a una expresión mucho más chica.

Ejemplo 4

Resolver la siguiente ecuación

$$2\log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

En ese caso, vamos a tener una x como variable vamos a despejar esas ecuaciones hasta llegar con x de un lado y los números del otro, como siempre y utilizando propiedades.

$$2\log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

$$2\log x = 3 + \log x - \log 10$$

$$2\log x - \log x = 3 - \log 10$$

$$\log x = 3 - 1$$

$$\log x = 2$$

$$x = 100$$

Veamos que utilice para que no se mareen tanto.

1. Use la propiedad de la división y separe el logaritmo de la derecha como una resta.
2. Pase los logaritmos con X par a un lado y lo que sería con número para el otro.
3. De un lado reste los logaritmos y del otro calcule el log10 con la propiedad que da 1.
4. Por último, resolví esa ecuación logarítmica que la vimos en el punto 6 del tp anterior.

Luego de dar varios ejemplos del uso de las propiedades en ecuaciones y cálculos, veamos el tipo de ejercicios por el cual empezamos a trabajar los logaritmos.

Empezamos trabajando para poder resolver las funciones exponenciales, ahora, como ya hemos visto, el logaritmo es la operación contraria a una exponencial, entonces nos va a servir como para resolver ese tipo de ecuaciones.

Las ecuaciones exponenciales las resolveremos de la misma manera que cualquier ecuación, es decir, X para un lado y números para el otro. Pero, cuando lleguemos a un número a la X, para eliminarlo aplico logaritmo (de ambos lados) que es la operación contraria y poom, desaparece.

Veamos un ejemplo:

Resolver

$$2^{2x-1} + 3 = 7$$

Pasamos X para un lado, número para el otro (lo de siempre)

$$2^{2x-1} + 3 = 7$$

$$2^{2x-1} = 7 - 3$$

$$2^{2x-1} = 4$$

Ahora, si aplico logaritmo en base 2, ese 2 como exponente se elimina por una propiedad ya vista o mismo por ser la operación contraria (pero OJO, hago logaritmo en base 2 en ambos lados, por ser ecuación)

$$2^{2x-1} = 4$$

$$\log_2 2^{2x-1} = \log_2 4$$

$$2x-1 = 2$$

El de la izquierda se va por se operación contraria y chau, me queda el exponente, y el de la derecha lo resuelvo con cambio de base y me queda 2. Ahora me queda resolver esa ecuación simple.

$$2x-1=2$$

Y que me queda $2x=3$

$$x=\frac{3}{2}$$

Y así resolvemos una ecuación exponencial.

Por último y a tener en cuenta, tendremos unas funciones logarítmicas, las cuales podremos graficar a partir de las tablas de valores vistas anteriormente y de la misma manera que las exponenciales del trabajo anterior. Vayan a clase que daremos algunos ejemplos. Y si no, vean como graficamos en el trabajo anterior una exponencial y lo haremos de la misma manera.

Trabajo para entregar N° 2

1. Aplicar cambio de base y resolver los siguientes logaritmos.
   a) $\log_3 7 =$
   b) $\log_8 5 =$
   c) $\log_9 32 =$
   d) $\log_{\frac{3}{4}} 10 =$
2. Calcular los siguientes logaritmos aplicando propiedades
   a) $10^{\log 7} =$
   b) $\log_3 \sqrt{243} =$
   c) $\log_{81} 27 =$
   d) $\log_5 (8\times 10^{-3}) =$
   e) $\log_5 (625\cdot\sqrt{125}) =$
   f) $\log_3 \left(\frac{81\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt{27}}\right)$

g) $\log_8 \left(\dfrac{4 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}}}{\dfrac{16}{\sqrt[5]{64}}} \right)^2 =$

3. Expresar como un único logaritmo, si es posible, simplificar.
   a) $\log \dfrac{7}{2} - \log 28 + \log 8 =$
   b) $\log 2 + 5(\log 4 - \log 8) - \log 6 =$
   c) $4\left(\dfrac{1}{3}\log 4 - \dfrac{1}{2}\log 8\right) + \log 2 =$
4. Resolver las siguientes ecuaciones
   a) $\log x = 4\log 7 - 3\log x$
   b) $\log x + \log x = 4\log x - \log 16$
   c) $\log(x^2) = \log(-x+6)$
5. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales
   a) $4 \cdot 5^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0$
   b) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$
   c) $2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$
6. Graficar las siguientes funciones
   a) $f(x) = \log x + 1$
   b) $f(x) = -\log x$
   c) $f(x) = \ln x$
7. Resolver los siguientes problemas
   a) Una centena de ciervos se introducen en un coto de caza. El número, de los que aún queden vivos después de t años se predice que es: $N(t) = 100 \cdot 0{,}9^t$. Estimar el número de animales vivos después de: 1 año, 5 años y 10 años.
   b) El crecimiento de una colonia de abejas está determinado por la siguiente ecuación, donde "t" es el tiempo transcurrido en meses: $P(t) = 1500 \cdot e^{2t}$
      1) ¿Cuántas abejas había inicialmente?
      2) ¿Cuánto tiempo tardarán las abejas en tener una población de 8.000 individuos?